

«Решение статистических и вероятностных задач как один из способов формирования математической грамотности»

Учитель математики
ГБОУ СОШ №8 им.С.П.Алексеева
Гриднева А.В.



алгебра

геометрия

М
а
т
е
м
а
т
и
к
а

теория
вероятностей

комбинаторика

е

Содержание материала, обязательно изучаемого по данной теме в курсе средней общеобразовательной школы, должно включать:

- ❑ Представление данных в виде таблиц, диаграмм и графиков
 - ❑ Средние результаты измерений
 - ❑ Понятие о статистическом выводе на основе выборки
 - ❑ Понятие о комбинаторике и вероятности
 - ❑ Понятие и примеры случайных событий
 - ❑ Понятие частоты событий и вероятности
 - ❑ Равновозможные события и подсчет вероятностей
 - ❑ Представление о геометрической вероятности
-

Методика реализации стохастической линии в 5 классе.

- **Выработка умений и навыков работать с таблицей, извлекать из таблиц информацию и анализировать ее.**
 - **Выработка умений заполнять в таблице пустые графы (строки, столбцы).**
 - **Формирование умений читать диаграммы, извлекать необходимую информацию.**
 - **Формирование умений и навыков в составлении, выборе и упорядочении комбинаторных наборов.**
 - **Формирование умений подсчета комбинаторных объектов, методом непосредственного перебора.**
 - **Показать, что такое дерево возможных вариантов, его использование как один из методов решения КЗ.**
 - **Формирование представления о том, какое событие является достоверным, какое невозможным, и какое событие мы можем назвать случайным.**
 - **Формирование у учащихся понимания степени случайности в различных событиях и явлениях и использование для ее оценки адекватных вероятностных терминов («достоверно», «маловероятно» и т.д.).**
-

Задача 1

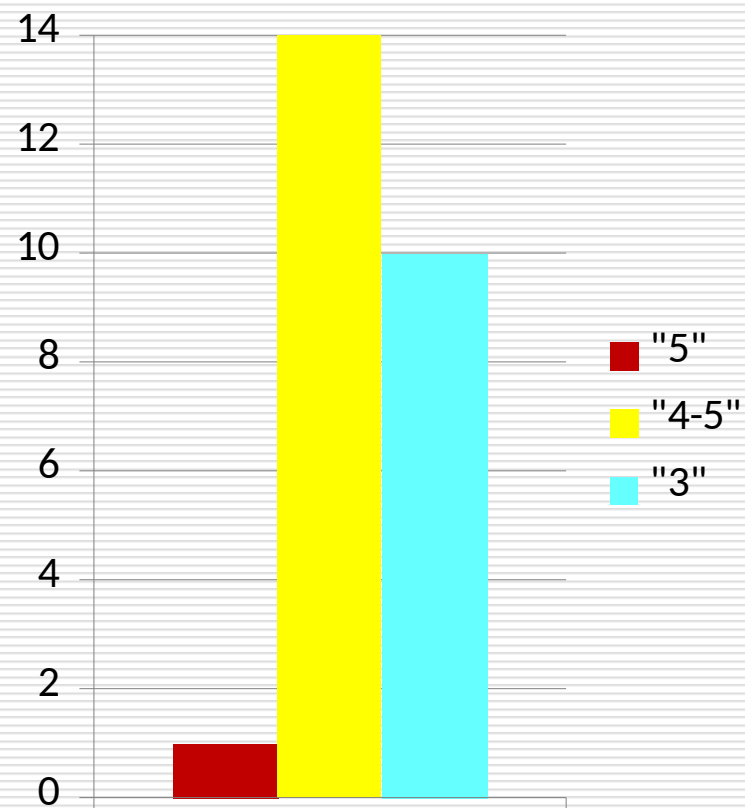
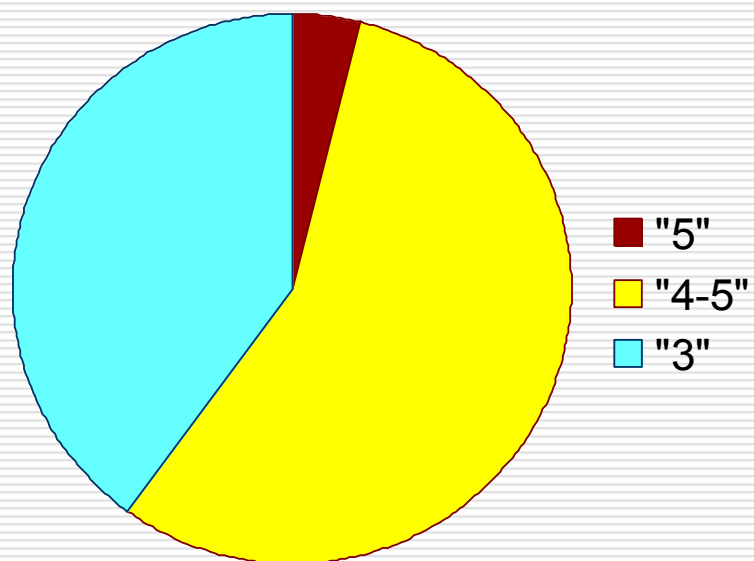
Даны три буквы А, И, С. Составить всевозможные комбинации из этих букв.

Решение:

АВС, АСВ, ВАС, ВСА, САВ, СВА

6 комбинаций

Закончили четверть на «5»	Закончили на «4 – 5»	Закончили на «4 – 3»
1	14	10



Методика реализации стохастической линии в 6 классе.

- ❑ Отработка умений и навыков в составлении и подсчете числа комбинаторных наборов.
 - ❑ Показать учащимся как можно решать комбинаторные задачи с помощью рассуждений. Познакомить учащихся с правилом умножения при подсчете числа возможных вариантов, сформировать умения по его применению.
 - ❑ Познакомить с правилом суммы при подсчете числа возможных вариантов
 - ❑ Формирование умений строить дерево возможных вариантов.
-

Задача 1

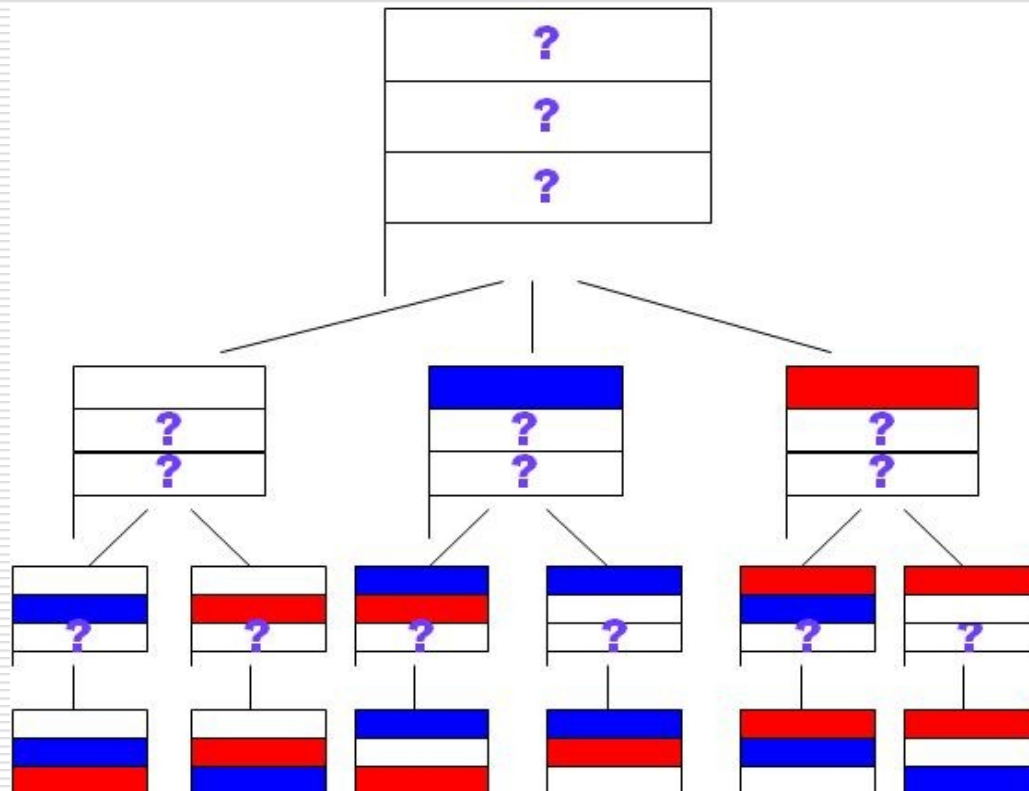
Меню на завтрак

На завтрак ты можешь выбрать: плюшку, бутерброд, пряник, или кекс, а запить он может: кофе, соком, кефиром. Сколько у тебя возможных вариантов завтрака?



Задача 2

Несколько стран в качестве символа своего государства решили использовать флаг в виде трёх горизонтальных полос одинаковых по ширине, но разных по цвету: белый, синий, красный. Сколько стран могут использовать такую символику, при условии, что у каждой страны свой отличный от других стран флаг?



Ответ: 6.

Методика реализации стохастической линии в 7 классе.

- Введение понятия перестановки и вывод формулы числа перестановок.
 - Познакомить учащихся с основными статистическими характеристиками: среднее арифметическое, мода, размах.
 - Умение находить основные статистические характеристики для конкретного ряда данных, а также из таблиц и диаграмм.
 - Выработка умений находить основные статистические характеристики в несложных случаях, учащиеся должны понимать их практический смысл в конкретных ситуациях.
-

Задача 1

Квартет

Проказница Мартышка
Осёл,
Козёл,
Да косолапый Мишка
Затеяли играть квартет

...
Стой, братцы стой! –
Кричит Мартышка, - погодите!
Как музыке идти?

•Ведь вы не так сидите...

*И так, и этак пересаживались – опять музыка на
лад не идет.*

Вот пуще прежнего пошли у них разборы
И споры,
Кому и как сидеть...

**Сколькоими способами можно
рассадить четырех музыкантов?**

Здесь $n = 4$,
поэтому способов
«усесться чинно в
ряд» имеется

$$\underline{P = 4! = 1 * 2 * 3} \\ \underline{* 4 = 24}$$

Задача 2

В отделе мужской обуви универмага в течение дня производился учет размеров купленной обуви. Были получены следующие результаты: 44, 40, 43, 39, 42, 42, 45, 41, 43, 43, 41, 42, 46, 40, 41, 42, 39, 42, 45, 42, 43, 44, 44, 41, 42. Представьте эти результаты в виде таблицы:

Размер	Количество проданной обуви	Итого
39		
40		
41 ...		

Какой размер обуви пользуется большим спросом?

Методика реализации стохастической линии в 8 классе.

- По статистическим данным, представленным в таблице необходимо уметь находить основные статистические характеристики.
 - Познакомить с еще одной статистической характеристикой – медианой ряда, формирование умений по ее нахождению
 - Рассмотрение равновероятных событий, и введение классического определения вероятности.
 - Представление о геометрической вероятности
-

Задача 1

В таблице №1 показан расход электроэнергии в январе жильцами девяти квартир.

а) Составьте из полученных данных упорядоченный ряд. Найдите медиану ряда

б) Пусть к данным о расходе электроэнергии добавились данные для десятой квартиры: 10 квартира – 83 кВт/ч.

Найдите медиану полученного ряда

Номер квартиры	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Расход электроэнергии в кВт/ч.	85	64	78	93	72	91	72	75	82

Методика реализации стохастической линии в 9 классе.

-
- На основе всех ранее полученных знаний показать их применение для статистического исследования
 - Познакомить с такими понятиями как генеральная совокупность. Интервальный ряд.
 - Формирование умений сравнения вероятностей разных событий (более вероятно, менее вероятно)
 - Познакомить с понятиями статистической частоты и вероятности, с методом оценки вероятности через статистические испытания.
 - В 9 классе рассматриваются статистические исследования, на примерах, близких жизненному опыту учащихся. Это – «Исследование качества знаний школьников», «Удобно ли расположена школа?» и «Куда пойти работать?».
-

Задача 1

Что вероятнее:

A = (получить шестерку при подбрасывании кубика) или
B = (вытянуть шестерку из перетасованной колоды карт)?

Решение:

Шестерок на кубике – 1, а всего граней у куба – 6

Шестерок в колоде – 4, а всего карт в колоде – 36

Ясно, что «1шанс из 6» лучше, чем «4 из 36», ведь $\frac{1}{6} > \frac{4}{36}$

шансы имеет смысл сравнивать как дроби: в числителе – сколько всего шансов за осуществление данного события, а в знаменателе – сколько всего возможных исходов.

Задача 2

(Предсказание наиболее вероятного исхода данного опыта)

Вы играете в «Поле чудес». Перед вами слово, которое вам абсолютно неизвестно и ни одна буква в нем еще не угадана. Какую букву вы назовете?

Ответ: букву «О». Частота ее появления 0, 090.

Задача 3

(Проверка статистической гипотезы)

Население Калуги составляет около 400 000 жителей.
Сколько всего калужан родилось 29 февраля?

Решение:

29 февраля бывает только в високосном году – один раз в 4 года, следовательно, для случайно выбранного человека его день рождения попадает на 29 февраля с вероятностью

$$\frac{1}{3 \cdot 365 + 366} = \frac{1}{1461} = 0,00068$$

Это значит, что среди 400 000 калужан следует ожидать около

$$400000 \cdot \frac{1}{1461} \approx 274$$

человека, которым приходится праздновать день рождения раз в четыре года.

Применение теории вероятностей при решении практических задач

в 10 – 11 классах

повышение финансовой грамотности выпускников
средней школы.

- Страхование
 - Игры с денежными ставками
 - Задачи с экономическим содержанием
-

формируется понимание

- Невозможно предвидеть неприятности, поэтому все, что касается страхования, связано с вероятностями.
 - Страховые компании собирают фактическую информацию о частоте наступления тех или иных событий и оценивают различные риски и математические ожидания выплат на основе закона больших чисел.
 - Страхование - не перекладывание ответственности на чужие плечи
-

Важные сюжеты

- Обязательное и добровольное страхование
 - Страхование жизни и здоровья
 - Страхование жилья
 - Страхование автотранспорта
 - Страхование банковских вкладов
 - Прочие виды страхования
-

Задача 1

Виктор решает застраховаться от смерти или потери работоспособности из-за несчастного случая. Страховая сумма (выплата, которую получит его семья в случае наступления страхового случая) 500 000 рублей, а стоимость полиса за год равна 0,37% от страховой суммы и должна выплачиваться равными суммами ежемесячно. Сколько Виктор платит за страховку каждый месяц?

Решение:

$$500000 \cdot 0,0037 : 12 = 154,17 \text{ рубля.}$$

Ответ: 154,17 рубля

Задача 2

Страховая компания «Уверенность» предлагает программу автострахования: покрывается полный ущерб от ДТП. На основе многолетней статистики экономисты нашли, что в регионе А вероятность незначительного повреждения автомобиля в течение года равна 0,132, причем средний ущерб по таким случаям равен 10 000 рублей. Вероятность попадания в серьезную аварию равна 0,055, средний ущерб по таким авариям равен 50 000 рублей. Наконец, вероятность полной утраты автомобиля (угон, утопление, невосстановимые повреждения в ДТП) равна 0,013, а средний ущерб по таким случаям 200 000 р. Определите наименьшую цену страхового полиса по такой программе страхования в регионе А, если доход от продажи полиса должен приносить компании не менее 500 рублей.

Игры с денежными ставками

Важные сюжеты

- Лотереи
 - Популярные мифы об играх
-

Задача 1

По результатам анализа 20 последовательных тиражей в лотерее «6 из 45» выяснилось, что в выигрышных комбинациях число 31 встречалось в 3 раза чаще, чем число 34. Делая ставку в очередном тираже, игрок решил вместо числа 34 поставить число 31. Насколько у игрока увеличилась вероятность получить выигрыш в данном тираже?

Решение.

Выпадение любых номеров в различных тиражах события независимые, следовательно, на вероятность выпадения в выигрышной комбинации числа 31 или числа 34 результаты предыдущих тиражей не влияют. Таким образом, включение в ставку числа 31 вместо числа 34 вероятность получить выигрыш не увеличивает и не уменьшает

Ответ: нет

Задача 2

В лотерее «Автомобиль» участнику предлагалось стереть краску с 10 из 20 букв. Если таким образом удавалось открыть все буквы слова АВТОМОБИЛЬ, то участник выигрывал этот автомобиль. В каждом билете действительно были все эти десять букв, прочие буквы были другими. Какова вероятность выиграть автомобиль в эту лотерею?

Задачи с экономическим содержанием

Офис закупает канцелярию для сотрудников трех различных фирм. Причем, продукция первой фирмы составляет 40% всех поставок, а остальных двух – поровну. Чаще всего приходится закупать пишущие ручки. Опытным путем выяснилось, что 2% ручек второй фирмы – бракованные. Процент брака в первой и третьей фирме составляет 1% и 3% соответственно. Сотрудник М. с утра взял ручку из новой поставки канцелярии. Найдите вероятность того, что она будет исправна.

Ручка с браком $p = 0,4 \cdot 0,01 + 0,3 \cdot 0,02 + 0,3 \cdot 0,03 = 0,019$

Ручка без брака $p = 1 - 0,19 = 0,981$

Ответ: 0, 981

Задачи с экономическим содержанием

1. Одна из фирм собирается заключить контракт на поставку товара с сетью магазинов. При условии, что конкурент фирмы не станет одновременно претендовать на заключение контракта, вероятность заключения контракта оценивается в 0,85, В противном случае вероятность получения контракта составляет 0,6. По оценкам экспертов компании вероятность того, что конкурент выдвинет свои предложения по заключению контракта, равна 0,55. Чему равна вероятность заключения контракта для этой фирмы?
 2. Экономист-аналитик условно подразделяет экономическую ситуацию в стране на «хорошую», «посредственную» и «плохую» и оценивает их вероятности для данного момента времени в 0,2; 0,7 и 0,15 соответственно. Некоторый индекс экономического состояния возрастает с вероятностью 0,65, когда ситуация «хорошая»; с вероятностью 0,35, когда ситуация посредственная, и с вероятностью 0,1, когда ситуация «плохая». Пусть в настоящий момент индекс экономического состояния возрос. Чему равна вероятность того, что экономика страны на подъеме?
-